

© International Baccalaureate Organization 2023

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2023

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2023

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

# Mathématiques : applications et interprétation

## Niveau moyen

### Épreuve 2

9 mai 2023

Zone A après-midi | Zone B matin | Zone C après-midi

1 heure 30 minutes

---

#### Instructions destinées aux candidats

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[80 points]**.

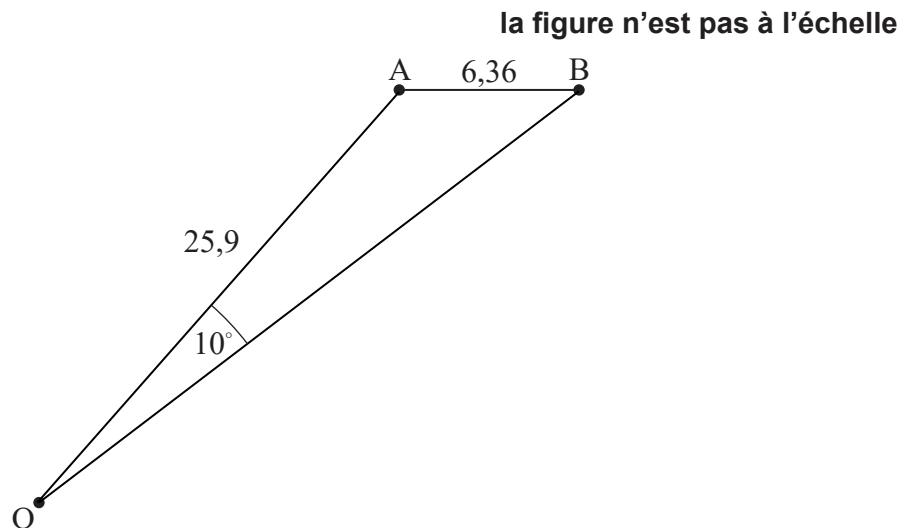
Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 17]

Le diagramme montre des points, vus du haut, dans un parc, à un moment précis dans le temps.

La distance entre deux arbres, situés aux points A et B, est de 6,36 m.

Odette joue au football dans le parc et se tient au point O, tel que  $\hat{AOB} = 10^\circ$ ,  $OA = 25,9$  m et  $\hat{OAB}$  est obtus.



(a) Calculez la mesure de  $\hat{ABO}$ . [3]

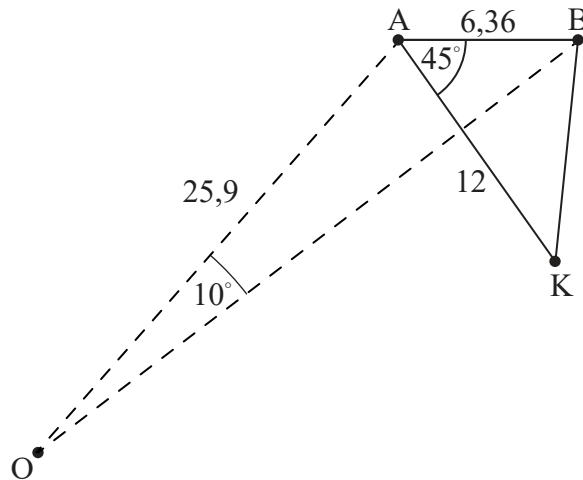
(b) Calculez l'aire du triangle AOB. [4]

**(Suite de la question à la page suivante)**

**(Suite de la question 1)**

Khemil, l'ami d'Odette, se tient au point K, de sorte qu'il est à 12 m de A et  $\widehat{KAB} = 45^\circ$ .

**la figure n'est pas à l'échelle**

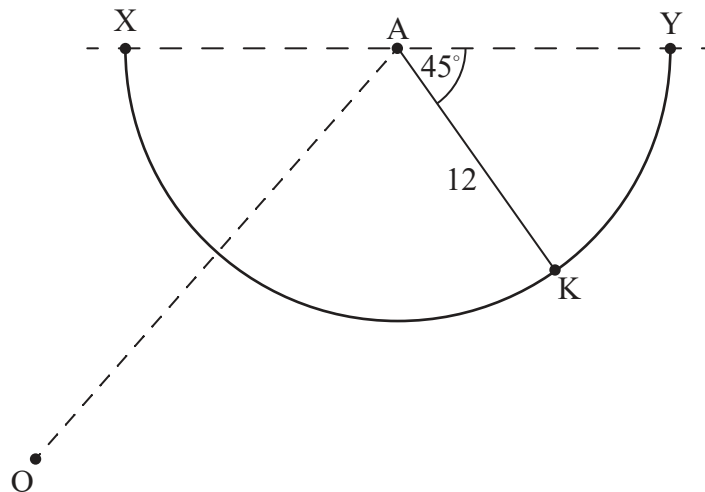


(c) Calculez la distance entre Khemil et le point B.

[3]

XY est un chemin semi-circulaire dans le parc dont le centre est A et tel que  $\widehat{KAY} = 45^\circ$ . Khemil se tient sur le chemin et le ballon d'Odette est au point X. Ceci est illustré dans le diagramme ci-dessous.

**la figure n'est pas à l'échelle**



La longueur  $KX = 22,2$  m,  $\widehat{KOX} = 53,8^\circ$  et  $\widehat{OKX} = 51,1^\circ$ .

(d) Trouvez qui d'Odette ou de Khemil est plus proche du ballon.

[4]

Khemil court le long du chemin semi-circulaire pour ramasser le ballon.

(e) Calculez la distance parcourue par Khemil.

[3]

**Tournez la page**

2. [Note maximale : 15]

Daina fabrique des pendules pour les vendre sur un marché. Elle prévoit de fabriquer 10 pendules le premier jour et, chaque jour suivant, d'en fabriquer 6 de plus que la veille.

- (a) Calculez le nombre de pendules qu'elle fabriquerait le 12<sup>e</sup> jour. [3]

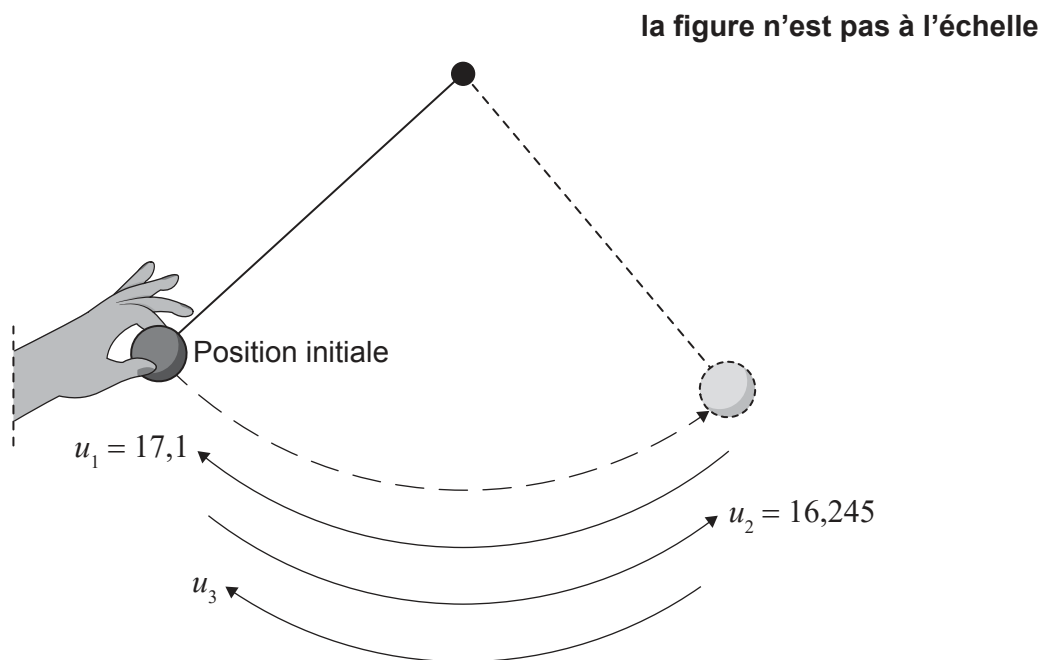
Elle prévoit de fabriquer des pendules pendant 15 jours **au total** en vue d'aller au marché.

- (b) Calculez le nombre total de pendules dont elle disposerait au marché. [2]

Daina aimerait avoir au moins 1000 pendules disponibles à vendre au marché et décide donc d'augmenter sa production. Elle prévoit de toujours fabriquer 10 pendules le premier jour, mais chaque jour suivant, elle en fabriquera  $x$  de plus que la veille.

- (c) Étant donné qu'elle fabriquera toujours des pendules pendant 15 jours au total, calculez la valeur entière minimale de  $x$  requise pour qu'elle atteigne son objectif. [3]

Daina teste un de ses pendules. Elle lâche la balle au bout du pendule pour que cette dernière se balance librement. Le point à partir duquel elle la lâche est indiqué comme la position initiale sur le côté gauche du diagramme suivant. Daina commence à enregistrer les distances parcourues par la balle **après** qu'elle a atteint la position extrême, représentée par le côté droit du diagramme.



(Suite de la question à la page suivante)

**(Suite de la question 2)**

À chaque oscillation successive, la distance parcourue par la balle était de 95 % de sa distance précédente. Lors de la première oscillation enregistrée par Daina, la balle a parcouru une distance de 17,1 cm. Lors de la deuxième oscillation qu'elle a enregistrée, elle a parcouru une distance de 16,245 cm.

- (d) Calculez la distance parcourue par la balle au cours de la 5<sup>e</sup> oscillation enregistrée. [3]
- (e) Calculez la distance totale parcourue par la balle au cours des 16 premières oscillations enregistrées. [2]
- (f) Calculez la distance parcourue par la balle avant que Daina ne commence à enregistrer. [2]

3. [Note maximale : 15]

Un scientifique mène une expérience sur la croissance d'une certaine espèce de bactéries.

La population de bactéries,  $P$ , peut être modélisée par la fonction

$$P(t) = 1200 \times k^t, \quad t \geq 0,$$

où  $t$  est le nombre d'heures écoulées depuis le début de l'expérience et  $k$  est une constante positive.

- (a) (i) Écrivez la valeur de  $P(0)$ .  
 (ii) Interprétez ce que cette valeur signifie dans ce contexte. [2]

3 heures après le début de l'expérience, la population de bactéries est de 18 750.

- (b) Trouvez la valeur de  $k$ . [2]  
 (c) Trouvez la population de bactéries 1 heure et 30 minutes après le début de l'expérience. [2]

Le scientifique mène une deuxième expérience avec une autre espèce de bactéries. La population de cette espèce,  $S$ , peut être modélisée par la fonction

$$S(t) = 5000 \times 1,65^t, \quad t \geq 0,$$

où  $t$  est le nombre d'heures écoulées depuis le début des deux expériences.

- (d) Trouvez la valeur de  $t$  lorsque les deux populations de bactéries sont égales. [2]

Il faut 2 heures et  $m$  minutes pour que le nombre de bactéries dans la deuxième expérience atteigne 19 000.

- (e) Trouvez la valeur de  $m$ , en donnant votre réponse sous la forme d'une valeur entière. [4]

Les bactéries de la deuxième expérience se développent à l'intérieur d'un récipient. Le scientifique modélise le volume de chaque bactérie de la deuxième expérience comme étant égal à  $1 \times 10^{-18} \text{ m}^3$  et le volume disponible à l'intérieur du récipient est de  $2,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ .

- (f) Déterminez combien de temps il faudrait aux bactéries pour remplir le récipient. [3]

4. [Note maximale : 17]

On prétend qu'un nouveau remède guérit 82% des patients atteints d'un certain problème médical.

Ce remède doit être utilisé par 115 patients et on suppose que l'affirmation de 82% est vraie.

(a) Trouvez la probabilité qu'exactly 90 de ces patients soient guéris. [3]

(b) Trouvez la probabilité qu'au moins 95 de ces patients soient guéris. [2]

(c) Trouvez la variance du nombre possible de patients qui seront guéris. [2]

La probabilité qu'au moins  $n$  patients soient guéris est inférieure à 30%.

(d) Trouvez la plus petite valeur de  $n$ . [3]

Une clinique souhaite voir si le temps de récupération moyen de ses patients ayant essayé le nouveau remède est inférieur à celui de ses patients ayant continué avec un ancien remède. La clinique sélectionne au hasard certains de ses patients et enregistre leur temps de récupération en jours. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous.

	Temps de récupération (jours)								
<b>Groupe N (nouveau remède)</b>	12	13	9	13	14	15	17	X	

	Temps de récupération (jours)								
<b>Groupe O (ancien remède)</b>	17	11	10	18	20	22	14	15	18

On suppose que les données suivent une distribution normale et que la variance de la population est la même pour les deux groupes. Un test  $t$  est utilisé pour comparer les moyennes des deux groupes au niveau de signification de 10%.

(e) Indiquez l'hypothèse nulle et l'hypothèse alternative appropriées pour ce test  $t$ . [2]

(f) Trouvez la valeur  $p$  pour ce test. [2]

(g) Indiquez la conclusion pour ce test. Donnez une raison justifiant votre réponse. [2]

(h) Expliquez ce que la valeur  $p$  représente. [1]



5. [Note maximale : 16]

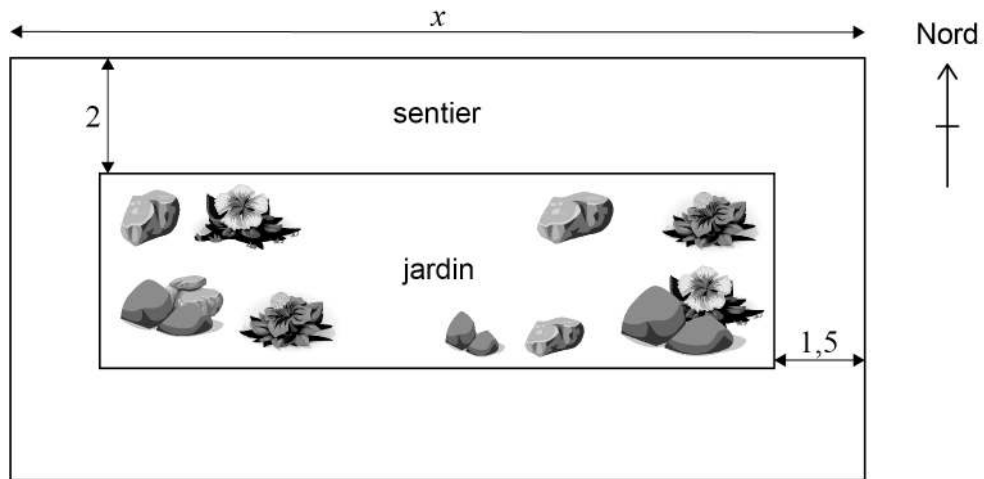
Un certain parc est composé d'un jardin rectangulaire dont l'aire est de  $A \text{ m}^2$ , ainsi que d'un sentier en béton qui l'entoure. L'aire totale du parc est de  $1200 \text{ m}^2$ .

La largeur du sentier au nord et au sud du parc est de 2 m.

La largeur du sentier à l'ouest et à l'est du parc est de 1,5 m.

La longueur du parc (le long des côtés nord et sud) est de  $x$  mètres,  $3 < x < 300$ .

la figure n'est pas à l'échelle



- (a) (i) Écrivez la longueur du jardin en fonction de  $x$ .
- (ii) Trouvez une expression pour la largeur du jardin en fonction de  $x$ .
- (iii) À partir de là, montrez que  $A = 1212 - 4x - \frac{3600}{x}$ . [5]
- (b) Trouvez les dimensions possibles du parc si l'aire du jardin est de  $800 \text{ m}^2$ . [4]
- (c) Trouvez une expression pour  $\frac{dA}{dx}$ . [3]
- (d) Utilisez votre réponse de la partie (c) pour trouver la valeur de  $x$  qui rendra l'aire du jardin maximale. [2]
- (e) Trouvez l'aire maximale possible du jardin. [2]

Références :